สภาพสมดุลต่อการหมุน (Rotational Equilibrium)

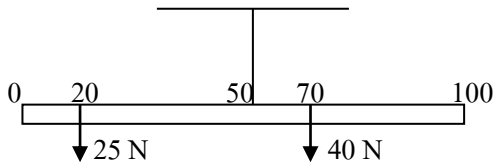
เป็นสภาพเมื่อวัตถุไม่มีการหมุน ก็คือวัตถุจะอยู่นิ่งหรือเป็นการหมุนที่มีอัตราเร็วคงที่ เช่น วัตถุหมุนอยบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน โดยออกแรงกระตุ้นครั้งแรก วัตถุก็หมุนอยู่กับที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ แต่ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะวัตถุที่ไม่มีการหมุนหรืออยู่นิ่งเท่านั้น

เมื่อวัตถุอยู่ในสภาพสมดุลต่อการหมุนโมเมนต์รวมของแรงรอบจุดหมุนจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ผลที่ตามมาก็คือ

โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา = โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

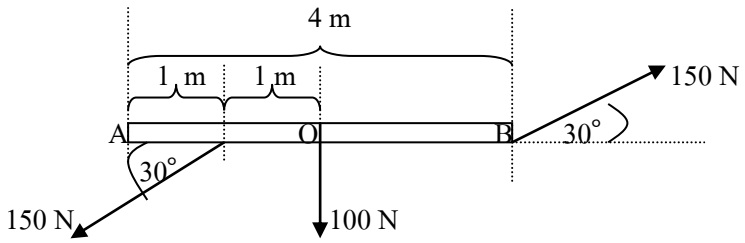
แบบฝึกหัดเรื่องสมดุลการหมุน

1. ไม้เมตรมวลน้อยมากแขวนด้วยเชือกไว้ในที่สเกล 50 ซม. ปรากฏว่าไม้เมตรวางอยู่ในแนวราบ มีแรง 25 นิวตัน กระทำที่สเกล 20 ซม. และมีแรง 40 นิวตัน กระทำที่สเกล 70 ซม. โดยแรงทั้งสอง มีทิศทางลงในแนวดิ่ง จงหาโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อไม้เมตร(*0.5 นิวตัน – เมตร ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา*)



<u>วิธีทำ</u>

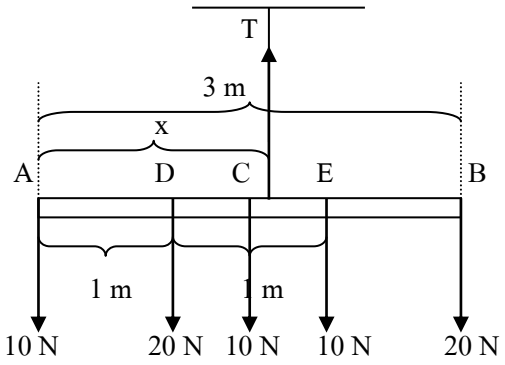
2. คาน AB มีแรงกระทำดังรูป จงหา



ก. โมเมนต์รอบจุด A (25N-m)

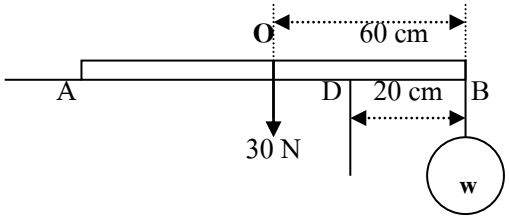
ข. โมเมนต์รอบจุด B (425 N- m)

3. คานสม่ำเสมอ AB ยาว 3 เมตร หนัก 10 นิวตัน ที่ปลาย A และปลาย B มีก้อนน้ำหนักแขวนไว้ 10 และ 20 นิวตัน ตามลำดับ ที่จุดห่างจากปลาย A เป็นระยะ 1 และ 2 เมตร แขวนก้อนน้ำหนัก 20 และ 10 นิวตัน ตามลำดับ ถ้าแขวนคานนี้ด้วยเชือกเบาเส้นหนึ่งจะต้องแขวนเชือกที่ตำแหน่งใด คาน AB จึงวางตัวในแนวระดับได้ (1.64 m)

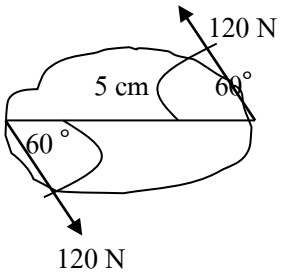


4. คานสม่ำเสมอยาว 120 เซนติเมตร หนัก 30 นิวตัน วางบนโต๊ะให้ปลายข้างหนึ่งพ้นขอบโต๊ะ 20 เซนติเมตร จงหาว่าจะต้องใช้ตุ้มน้ำหนักเท่าใดมาแขวนที่ปลายนี้โดยท่อนไม้ไม่กระดกตกจากขอบโต๊ะ (60 N)

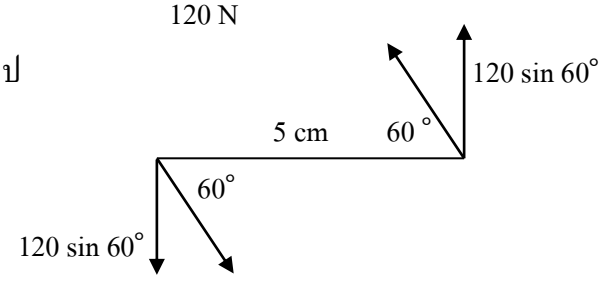
<u>วิธีทำ</u>



5. จากรูป จงหาขนาดของโมเมนต์ของแรงคู่ควบ และทิศของการหมุนของวัตถุ (3 √3 นิวตัน)



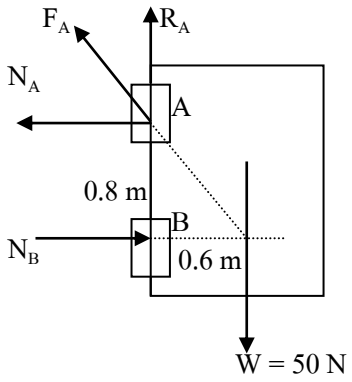
<u>วิธีทำ</u> จากรูป



6. ชายคนหนึ่งขับรถหักพวงมาลัยเลี้ยวขวา ทำให้เกิดโมเมนต์ที่พวงมาลัย 200 นิวตัน- เมตร ถ้าพวงมาลัยมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 ซม. จงหาแรงที่มือแต่ละข้างดึงพวงมาลัย (500 N)

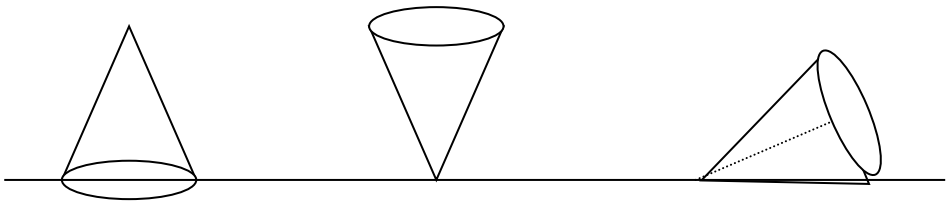
7. หน้าต่างขนาดสม่ำเสมอหนัก 50 นิวตัน จุดศูนย์กลางมวลห่างจากแนวบานพับ 0.6 เมตร บานพับติดกับกำแพงในแนวดิ่งห่างกัน 0.8 เมตร จงหาแรงปฏิกิริยาที่บานพับแต่ละตัวเมื่อบานพับตัวบนรับน้ำหนักตัวเดียว (แรงปฏิกิริยาตัวบน 62.5 และ ตัวล่าง 37.5 นิวตัน)

<u>วิธีทำ</u>



เสถียรภาพของสมดุล

เสถียรภาพของวัตถุ คือ ความสามารถในการทรงตัวอยู่ได้ของวัตถุ ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่ง ลักษณะ สมดุลของวัตถุ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท



(1) (2) (3)

1. สมดุลแบบเสถียร (Stable Equilibrium) คือ การสมดุลของวัตถุซึ่งมีแรงมากระทำกับวัตถุเมื่อแรงนั้นหยุด วัตถุนั้นจะสามารถกลับมาอยู่ตำแหน่งสมดุลเดิมของมันได้ ดังรูปที่ 1 โดยจุดศูนย์กลางสูงขึ้น

2. สมดุลแบบไม่เสถียร(Unstable Equilibrium) คือ การสมดุลของวัตถุ เมื่อแรงมากระทำกับวัตถุจากตำแหน่งสมดุลแม้เพียงเล็กน้อย วัตถุนั้นจะเปลี่ยนไปอยู่ตำแหน่งอื่น และจะไม่กลับมาอยู่ในตำแหน่งสมดุลเดิมอีก ดังรูปที่ 2 โดยจุดศูนย์กลางมวลต่ำลง

3. สมดุลแบบสะเทิน (Neutral Equilibrium) คือ การสมดุลของวัตถุซึ่งเมื่อถูกแรงกระทำวัตถุจะเปลี่ยนตำแหน่งไป แต่เมื่อหยุดออกแรงกระทำต่อวัตถุจะอยู่ในลักษณะนั้น เช่น รูปกรวยที่เอาข้างลง ทรงกระบอกที่วางตามแนวนอน ดังรูปที่ 3 โดยจุดศูนย์กลางมวลเท่าเดิม

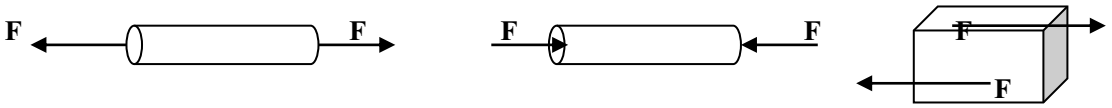
สภาพยืดหยุ่น

สภาพยืดหยุ่น (Elasticity) เป็นสมบัติของวัตถุที่เมื่อถูกแรงกระทำ วัตถุจะเปลี่ยนรูปร่างไปจากเดิมและเมื่อแรงกระทำนั้นหมดไป วัตถุจะกลับคืนสู่สภาพเดิม

ในกรณีที่วัตถุเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวรโดยผิววัตถุไม่มีการฉีกขาดหรือแตกหักดังตัวอย่างดินน้ำมัน เราจะเรียกสมบัติอย่างนี้ว่า **สภาพพลาสติก (Plasticty)** วัตถุหลายชนิดมีทั้งสภาพยืดหยุ่นและสภาพพลาสติกในตัวเอง โดยจะมีสภาพยืดหยุ่นเมื่อแรงกระทำมีค่าน้อย และมีสภาพพลาสติกเมื่อแรงที่กระทำมีค่ามาก

โดยทั่วไปแล้วแรงที่กระทำต่อวัตถุมีผลทำให้วัตถุมีรูปร่างเปลี่ยนไป มี 3 แบบ ได้แก่

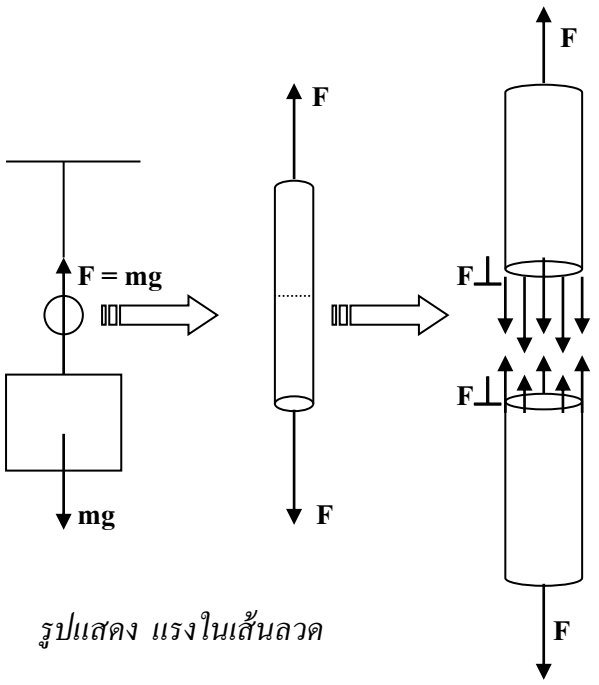
1. แรงดึง (tensile forces) เป็นแรงที่กระทำต่อวัตถุ มีผลทำให้ความยาวของวัตถุเพิ่มขึ้น
2. แรงอัด (forces of compression) เป็นแรงที่กระทำต่อวัตถุ มีผลทำให้ความยาวของวัตถุลดลง
3. แรงเฉือน (shear forces) เป็นแรงที่กระทำบนผิววัตถุ มีผลทำให้ผิววัตถุเลื่อนไปหรือรูปรางวัตถุบิดรูปร่างไปจากเดิม ตามแนวยาว แรงที่กระทำนี้เรียกว่า แรงบิด (forces of torsion) ซึ่งเป็นแรงเฉือนชนิดหนึ่ง



รูป ก. แรงดึง รูป ข. แรงอัด รูป ค. แรงเฉือน

ความเค้นและความเครียด

เมื่อนำวัตถุแขวนเข้ากับเส้นลวดในแนวดิ่ง ดังรูป



รูปแสดง แรงในเส้นลวด

เมื่อพิจารณาส่วนของเส้นลวดที่ถูกแรงดึงจากน้ำหนัก วัตถุที่แขวนดังรูป การที่เส้นลวดยังรับน้ำหนักของวัตถุอยู่ได้นั้น ย่อมแสดงว่าเส้นลวดจะต้องมีแรงภายในหรือแรงระหว่างโมเลกุลเพิ่มขึ้นเพื่อที่จะยึดโมเลกุลของเส้นลวดไม่ให้เส้นลวดขาดออกจากกัน แรงยึดระหว่างโมเลกุลที่เพิ่มขึ้นนี้เรียกว่า **แรงเค้น**

แรงเค้นที่เกิดขึ้นจะกระทำในแนวตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัดของวัตถุ แรงเค้นจะกระจายสม่ำเสมอบนพื้นที่หน้าตัดของวัตถุนั้น ในกรณี**แรงเค้นในเส้นลวดก็คือ แรงดึงในเส้นลวดนั้นเอง**

อัตราส่วนระหว่างแรงเค้นต่อพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากนี้เรียกว่า **ความเค้นตามยาว (longitudinal stress)** แทนด้วยสัญลักษณ์ σ (อ่านว่า ซิกมา sigma) และเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ว่า

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

เมื่อให้ σ เป็นความเค้น(N/m^2 หรือ Pa)

F เป็นแรงเค้น(N)

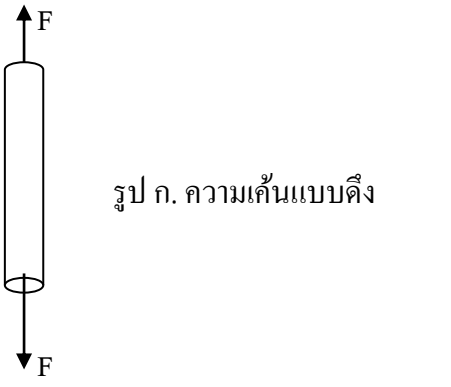
A เป็นพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวด (m^2)

ความเค้น (stress)

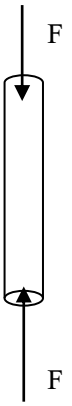
เมื่อออกแรงกระทำต่อวัตถุ อัตราส่วนระหว่างแรงกระทำต่อพื้นที่ เรียกว่า ความเค้น เป็นปริมาณสเกลาร์ โดยทั่วไปความเค้นมี 2 ชนิด ได้แก่ ความเค้นตามยาวและความเค้นเฉือน

ความเค้นตามยาว (longitudinal stress) แบ่งได้ 2 ชนิด คือ **ความเค้นแบบดึง (tensile stress)** ซึ่งแรง F กระทำต่อวัตถุในลักษณะดึงให้ยืดออก กับ **ความเค้นแบบอัด (compression stress)** ซึ่งแรง F กระทำต่อวัตถุในลักษณะอัดให้หดสั้นลง

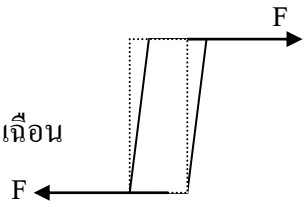
ส่วน ความเค้นเฉือน (shear stress) นั้น แรง F ที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุบิดเบือนรูปร่างไปจากเดิม



รูป ก. ความเค้นแบบดึง



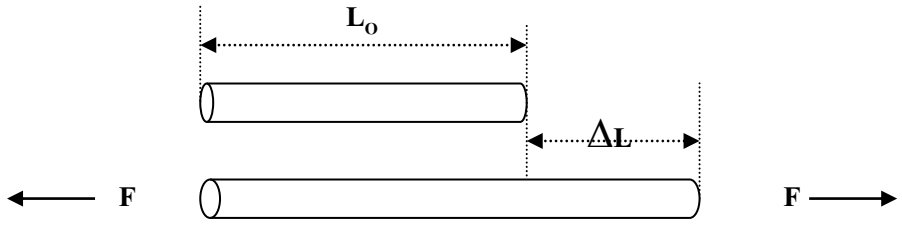
รูป ข. ความเค้นแบบอัด



รูป ค . ความเค้นเฉือน

จากการศึกษาเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุที่มีความยืดหยุ่น วัตถุนั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างไป การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัตถุนี้อาจจะเป็นการเปลี่ยนความยาว ปริมาตร หรือเกิดการโค้งงอหรือบิดก็ได้ **อัตราส่วนระหว่างขนาดรูปร่างที่เปลี่ยนไป กับขนาดรูปร่างเดิม** นี้เราเรียกว่า **ความเครียด (strain)**

ในกรณีของวัตถุที่เป็นเส้น เช่น สปริง , ยางยืด หรือเส้นลวด ขนาดรูปร่างที่เปลี่ยนไป คือ ความยาว เราจึงเรียก ความเครียดชนิดนี้ว่า **ความเครียดตามยาว (longitudinal strain)** แทนด้วยสัญลักษณ์ ε

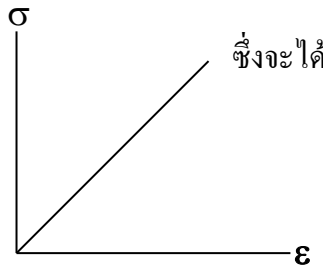


พิจารณาจากรูป เส้นลวดมีความยาวเดิม L_o เมื่อมีแรงขนาดเท่ากันสองแรงมาดึงที่ปลายแต่ละข้างของเส้นลวดในทิศตรงกันข้ามกันเส้นลวดจะยืดออก ΔL **จากนิยาม** ของความเครียดตามยาวเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ว่า

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

เมื่อใช้แรงดึงเส้นลวดที่ยึดปลายข้างหนึ่งไว้ แล้วบันทึกขนาดของแรงดึงกับความยาวของเส้นลวดที่เปลี่ยนไป โดยแรงที่ดึงเส้นลวดไม่ให้ขนาดของแรงเกินขีดจำกัดของการแปรผันตรงของเส้นลวด แล้วนำขนาดของแรงดึงกับความยาวของเส้นลวดที่เปลี่ยนไป ไปคำนวณหาความเค้นตามยาว (σ) และความเครียดตามยาว(ε)



ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังกราฟ

จากรูปกราฟ ข้างต้น พบว่า ความเค้นตามยาวจะแปรผันตรงกับความเครียดตามยาว นั่นคือ อัตราส่วนของความเค้นตามยาวและความเครียดตามยาวของวัตถุชนิดหนึ่งๆ

จะมีค่าคงตัว ซึ่งเรียกว่า **มอดูลัสของยัง (Young ' s modulus)** แทนด้วยสัญลักษณ์ Y และเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

หรือ $$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_o}$$ **หรือ** $$Y = \frac{F.L_o}{A.\Delta L}$$

วัตถุที่มีมอดูลัสของยังสูงแสดงว่า วัตถุนั้นทนต่อการเปลี่ยนแปลงความยาวได้

ตารางแสดง ค่ามอดูลัสยืดหยุ่นของวัตถุบางชนิด

ชนิดของวัตถุ	มอดูลัสของยัง ($\times 10^{10}$ N/m^2)	มอดูลัสเฉือน($\times 10^{10}$ N/m^2)	มอดูลัสเชิงปริมาตร($\times 10^{10}$ N/m^2)
ทองแดง	11	4.2	14
เหล็กกล้า	20	8.4	16
แก้ว	6.5-7.8	2.6-3.2	5.0-5.5
น้ำ	-	-	0.21

แบบฝึกหัดเรื่องสภาพยืดหยุ่น

1. ในการทดลองหาค่ามอดูลัสโดยใช้น้ำหนัก 450 กิโลกรัม แขวนไว้ที่ปลายเส้นลวดเหล็กยาว 2 เมตร พื้นที่หน้าตัด 0.15 ตารางเมตร ปรากฏว่าลวดยืดออก 0.3 เซนติเมตร จงหาความเค้น ความเครียด และค่ามอดูลัสของยัง ของลวดเหล็กนี้(ความเค้น= 3×10^{8} N/ m^2, ความเครียด= 1.5×10^{-3} ค่ามอดูลัส= 2×10^{11} N/ m^2)

2. เสาคอนกรีตต้นหนึ่งรับน้ำหนักได้สูงสุด 20,000 กิโลกรัม และจะหดตัวลง 3 มิลลิเมตร ถ้าเสาคอนกรีตนี้มีฐานกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 4.5 เมตร จงหาค่ามอดูลัสของเสาต้นนี้(1.5×10^{10} N/ m^2)

3. จากกราฟระหว่างความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของเส้นลวดเส้นหนึ่ง จงหาค่ามอดูลัสของยังของลวดเส้นนี้มีค่าเท่าใด (2×10^{11} N/ m^2)